

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИНТЕЗИРОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Иванова Татьяна Владимировна, окончила факультет электроники, информатики и управления калужского филиала Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Инженер-конструктор отдела информационно-управляющих систем ОАО «Тайфун». [e-mail: Tatyana300188@yandex.ru].

Ключевые слова: нелинейная система, синтезированный алгоритм, асинхронный двигатель, датчик скорости.

Введение

Современный этап развития промышленных приводов характеризуется значительным расширением области применения регулируемых электроприводов переменного тока, в частности регулируемых асинхронных двигателей (АД). Это связано с тем, что они более надежные и робастные, чем двигатели постоянного тока, имеют сравнительно небольшую стоимость и нуждаются в меньшем техническом обслуживании. С другой стороны, АД являются нелинейными системами, которые, как известно, трудно управляемые. Именно поэтому длительное время управление АД осуществлялось с измерением текущего значения скорости. В настоящее время разработчики пошли по пути создания АД без датчика скорости. Это связано с преимуществами данного двигателя по сравнению с его предшественником. Для управления АД без измерения скорости и потокосцепления управление основывается только на измерениях токов статора. В данной статье сравнивается работа двух алгоритмов управления АД, включающих в себя регулятор и наблюдатель объекта.

Математическая модель АД

Математическая модель АД, включающая пять уравнений, описывающих работу АД, которые представлены во вращающейся системе координат (d, q) :

$$\begin{aligned} \dot{\omega}M_m &= -\alpha_2 (i_q \psi_d - i_d \psi_q) - B\omega - T_L \\ \dot{\psi}_d &= -\beta_1 \psi_d + \beta_3 i_d - n_p \omega \psi_q + \omega_0 \psi_q \\ \dot{\psi}_q &= -\beta_1 \psi_q + \beta_3 i_q + n_p \omega \psi_d - \omega_0 \psi_d \\ L_I \dot{i}_d &= -R_I i_d + \beta_1 \psi_d + n_p \omega \psi_q + \omega_0 i_q L_I + \beta_2 u_d \\ L_I \dot{i}_q &= -R_I i_q + \beta_1 \psi_q - n_p \omega \psi_d - \omega_0 i_d L_I + \beta_2 u_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где: ω – угловая скорость вращения ротора,

Ψ_d, Ψ_q – потокосцепление ротора,
 i_d, i_q – токи статора,
 u_d, u_q – практическое напряжение статора,
 T_L – момент нагрузки,

ε_0 – угловое положение вращающейся системы координат, характеризующее угловое положение поля статора во вращающейся системе координат. Угловое положение ε_0 определяется как $\dot{\varepsilon}_0 = \Omega_0$, где Ω_0 – синхронная угловая частота вращения электрического поля статора. Общие векторные компоненты в системах (a, b) и (d, q) связаны отношением:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_{dq} &= \mathbf{e}^{-j\varepsilon_0} \mathbf{x}_{ab}, \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = e^{-j\varepsilon_0} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = e^{-j\varepsilon_0} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = e^{-j\varepsilon_0} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{e}^{-j\varepsilon_0} &= \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_0 & \sin \varepsilon_0 \\ -\sin \varepsilon_0 & \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Управление угловой скоростью АД с датчиком скорости

Был синтезирован регулятор с помощью метода линейных эквивалентов, который позволил перейти от рассмотрения нелинейной математической модели двигателя пятого порядка к простой линейной модели четвертого порядка (два двойных интегратора).

Модель АД в z -координатах имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2, \\
 \dot{z}_2 &= L_f^2 \phi_1(x) + L_{g_1} L_f \phi_1(x) v_d + L_{g_2} L_f \phi_1(x) v_q, \\
 \dot{z}_3 &= z_4, \\
 \dot{z}_4 &= L_f^2 \phi_3(x) + L_{g_1} L_f \phi_3(x) v_d + L_{g_2} L_f \phi_3(x) v_q,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned}
 L_{g_1} L_f \phi_1(x) &= 0; \quad L_{g_2} L_f \phi_1(x) = \mu x_2; \quad L_{g_1} L_f \phi_3(x) = \alpha M; \\
 L_{g_2} L_f \phi_3(x) &= 0; \quad L_f^2 \phi_1(x) = -(\alpha + \gamma) \mu x_2 x_4 + \alpha \mu M x_3 x_4 + \mu x_2 v_q; \\
 L_f^2 \phi_3(x) &= \alpha^2 x_2 - \alpha M (\alpha + \gamma) x_3 + \alpha M v_d.
 \end{aligned}$$

Управление будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= k_0 z_1 + k_1 z_2 \\
 u_2 &= k_0^1 z_3 + k_1^1 z_4,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где k_0^1, k_1^1 – коэффициенты регулятора.

Прежде чем перейти собственно к наблюдателю, рассмотрим следующую систему:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = F_1(s, y)z_2 + g_1(u, s, z_1), \\ \dot{z}_2 = F_2(s, y)z_3 + g_2(u, s, z_1, z_2), \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = F_{n-1}(s, y)z_n + g_{n-1}(u, s, z_1, \dots, z_{n-1}), \\ \dot{z}_n = g_n(u, s, z), \\ y = z_1, \end{cases} \quad (5)$$

где $z_l \in R^q$, $l = 1, \dots, n$, $z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \in R^{n \times q}$, $u \in R^m$, $y \in R^q$ и $s(t)$ – известно.

$F_l - q \times q$ квадратная матрица и $g = (g_{1l}, \dots, g_{lq})$, $l = 1, \dots, n$.

Можно представить систему (5) в следующей компактной форме:

$$\begin{cases} \dot{z} = F(s, y)z + G(u, s, z), \\ y = Cz, \end{cases} \quad (6)$$

где $F(s, y) = \begin{bmatrix} 0 & F_1(s, y) & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & F_{n-1}(s, y) \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$; $G(u, s, z) = \begin{bmatrix} g_1(u, s, z) \\ \vdots \\ g_n(u, s, z) \end{bmatrix}$,

$C = [I_q, 0, \dots, 0]$,

C – соответствующей размерности и $I_q - (q \times q)$ единичная матрица.

Сделаем следующие предположения:

1. Пусть существует класс U ограниченных допустимых управлений, компактное множество $K \subset R^{n \times q}$ и постоянные $\alpha, \beta > 0$ такие, что для каждого $u \in U$ и для каждого выхода $y(t)$, связанного с u и с начальным состоянием $z(0) \in K$, имеем $0 < \alpha I_q \leq F_l^T(s, y)F_l(s, y) \leq \beta I_q$, $l = 1, \dots, n - 1$.

2. Пусть сигнал $s(t)$ и его производная по времени $ds(t)/dt$ ограничены.

3. Пусть матрицы $F_l(s, y)$, $l = 1, \dots, n - 1$ принадлежат классу C^r $r \geq 1$.

4. Пусть функции g_p , $l = 1, \dots, n$ глобально липшицевы.

Форма наблюдателя будет определяться в следующей теореме:

Теорема 1 [1]. Пусть система (1) удовлетворяет условиям (1) – (4). Тогда существует $\theta > 0$ такое, что система

$$\dot{\hat{z}} = F(s, y)\hat{z} + G(u, s, \hat{z}) - \Lambda^{-1}(s, y)S_0^{-1}C^T(C\hat{z} - y) - \quad (7)$$

это экспоненциальный наблюдатель для системы (6), где S_0 – единственное решение алгебраического уравнения Ляпунова:

$$\theta S_0 + A^T S_0 + S_0 A - C^T C = 0 \quad (8)$$

с параметром $\theta > 0$ и

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_q & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

матрица $\Lambda(s, y)$ определяется как

$$\Lambda(s, y) = \begin{bmatrix} C \\ CF(s, y) \\ \vdots \\ CF^{n-1}(s, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_q & & & 0 \\ & F_1(s, y) & & \\ & & F_1(s, y)F_2(s, y) & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & \prod_{l=1}^{n-1} F_l(s, y) \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что $F(s, y) = \Lambda^{-1}(s, y)A\Lambda(s, y)$ и $C\Lambda(s, y) = C$, после умножения левой и правой частей (7) на $\Lambda^T(s, y)$ и $\Lambda(s, y)$ соответственно получаем следующее алгебраическое уравнение:

$$\theta \bar{S}_0(s, y) + F^T(s, y)\bar{S}_0(s, y) + \bar{S}_0(s, y)F(s, y) - C^T C = 0, \quad (9)$$

где $\bar{S}_0 = \Lambda^T(s, y)S_0\Lambda(s, y)$.

Отметим, что решение уравнения (9) будет выглядеть следующим образом:

$$S_0(i, j) = \frac{(-1)^{i+j} C^{j-1}}{\theta^{i+j-1}} I_q, \quad 1 \leq i, j \leq n. \quad (10)$$

Применим теорему для построения редуцированного наблюдателя потокосцепления для АД, записанного в системе отсчета (a, b) . Данный наблюдатель использует измерение напряжения и тока статора и угловой скорости ротора. Точнее, наблюдатель проектируется с подачей измеренной угловой скорости так, что рассматриваются только электрические уравнения.

Система (5) в форме (6), где $n = q = 2$ будет иметь вид:

$$\begin{cases} \dot{z} = F(\omega)z + G(u, \omega, z), \\ y = Cz, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$z = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ \Psi_{ra} \\ \Psi_{rb} \end{bmatrix}, \quad F(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha\beta & n_p\beta\omega \\ 0 & 0 & -n_p\beta\omega & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \end{bmatrix},$$

$$G(u, \omega, z) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sa} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{sa} \\ -\gamma i_{sb} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{sb} \\ \alpha \beta i_{sa} - \alpha \psi_{ra} - n_p \omega \psi_{rb} \\ \alpha \beta i_{sb} + n_p \omega \psi_{ra} - \alpha \psi_{rb} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Угловая скорость и ее производная по времени ограничены. Тогда условия (1)–(4) легко могут быть проверены. Следовательно, будем строить наблюдатель в форме (10) для системы (11):

$$\dot{\hat{z}} = F(\omega)\hat{z} + G(u, \omega, \hat{z}) - \Lambda^{-1}(\omega)S_0^{-1}C^T(C\hat{z} - y), \quad (12)$$

где

$$\Lambda(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha\beta & n_p\beta\omega \\ 0 & 0 & -n_p\beta\omega & \alpha\beta \end{bmatrix}, \quad S_0^{-1}C^T = \begin{bmatrix} 2\theta & 0 \\ 0 & 2\theta \\ \theta^2 & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix}, \quad \hat{z} = \begin{bmatrix} i_{sa_oc} \\ i_{sb_oc} \\ \psi_{ra_oc} \\ \psi_{rb_oc} \end{bmatrix}.$$

Очевидное преимущество данного наблюдателя – возможность регулирования скорости сходимости при помощи всего одного коэффициента θ .

Управление угловой скоростью АД без датчика скорости

Управление АД осуществляется путем двойного преобразования координат из (a, b) в (d, q) и обратно.

Для перевода в неподвижную систему координат необходимо знать угол ξ_0 (угловое положение вращающейся системы координат). В данном случае необходимо вычислить его значение.

После перевода в неподвижную систему координат математическая модель АД выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \mu_{ab} \cdot (f_a i_b - f_b i_a) - \frac{Tl}{M_m}, \\ \dot{f}_a &= \alpha_{ab} \cdot M \cdot i_a - \alpha_{ab} \cdot f_a - n \cdot \omega \cdot f_b, \\ \dot{f}_b &= \alpha_{ab} \cdot M \cdot i_b - \alpha_{ab} \cdot f_b + n \cdot \omega \cdot f_a, \\ \dot{i}_a &= -\gamma_{ab} \cdot i_a + \alpha_{ab} \cdot \beta_{ab} \cdot f_a + n \cdot \beta_{ab} \cdot \omega \cdot f_b + \frac{u_a}{\sigma_{ab} \cdot L_s}, \\ \dot{i}_b &= -\gamma_{ab} \cdot i_b + \alpha_{ab} \cdot \beta_{ab} \cdot f_b - n \cdot \beta_{ab} \cdot \omega \cdot f_a + \frac{u_b}{\sigma_{ab} \cdot L_s}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{где } \sigma_{ab} = \frac{1-M^2}{L_s \cdot L_r}; \alpha_{ab} = \frac{R_r}{L_r}; \beta_{ab} = \frac{M}{\sigma_{ab} \cdot L_s \cdot L_r};$$

$$\gamma_{ab} = \frac{R_r \cdot M^2}{\sigma_{ab} \cdot L_s \cdot L_r^2} + \frac{R_s}{\sigma_{ab} \cdot L_s}; \mu_{ab} = \frac{n \cdot M}{M_m \cdot L_r}.$$

Таким образом моделирование АД без датчика скорости целесообразно проводить в соответствии с системой (13). Система также имеет пять уравнений, выраженных в системе (a, b) .

Определим ошибки системы. К ошибкам системы, используемым для проектирования наблюдателя угловой скорости ротора, относятся ошибки тока статора $\eta_I(t) \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ и потокосцепления ротора $\eta_\Psi(t) \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$, которые вычисляются следующим образом:

$$\eta_I = I^* - I \quad \eta_\Psi = \Psi^* - \Psi, \quad (14)$$

где $I^*(t) = [I_d^* \quad I_q^*] \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ и $\Psi^*(t) = [\Psi_d^* \quad \Psi_q^*] \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ представляют еще не определенные желаемые значения тока статора и потокосцепления ротора соответственно.

Так как основной целью является отслеживание скорости ротора, определим сигнал ошибки угловой скорости ротора $\eta_\omega(t) \in \mathfrak{R}^1$ следующим образом:

$$\eta_\omega = \omega^* - \omega, \quad (15)$$

где $\omega^*(t) \in \mathfrak{R}^1$ представляет желаемые траектории угловой скорости ротора.

Однако из-за отсутствия измерения угловой скорости ротора определяем ошибку между реальным и оцениваемым значением угловой скорости ротора $\tilde{\omega}(t)$, также определяем ошибку наблюдателя между желаемой и оцениваемой скоростью вращения ротора, как

$$\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}, \quad e = \omega^* - \hat{\omega}, \quad (16)$$

где $\hat{\omega}(t) \in \mathfrak{R}^1$ обозначает еще не рассмотренного наблюдателя скорости ротора.

Мы считаем, что желаемая траектория угловой скорости ротора и ее первых двух производных ограничены неравенствами:

$$\|\omega^*\| < \zeta_{d0}, \quad \|\dot{\omega}^*\| < \zeta_{d1}, \quad \|\ddot{\omega}^*\| < \zeta_{d2}, \quad (17)$$

где ζ_{di} известные положительные константы.

Построение наблюдателя угловой скорости АД без датчика скорости имеет свои особенности. Регулятор построен на ошибках скорости, описанных выше.

Структура наблюдателя скорости ротора имеет вид:

$$M_m \hat{\omega} = p - k_0 L_I I_q, \quad (18)$$

где уравнение сигнала $p(t) \in \mathfrak{R}^1$ задается:

$$\dot{p} = -B\hat{\omega} - T_L + \alpha_2 I^1 J_2 \Psi - n_p \eta_{\Psi 2} \Psi_d^* +$$

$$+ k_0 (-R_I I_q + \beta_1 \Psi_2 - \omega_0 L_I I_d - n_p \hat{\omega} \Psi_d + \beta_2 u_q), \quad (19)$$

где k_0 – коэффициент усиления управления ($k_0 > 0$),

Ψ_d^* – желаемое значение потокосцепления ротора.

Выражение наблюдателя угловой скорости ротора (20) вычисляется дифференцированием уравнения (18) с последующей подстановкой полученного значения в формулы (19) и (1). Получаем выражение вида:

$$M_m \dot{\tilde{\omega}} = -B\tilde{\omega} + \alpha_2 I^T J_2 \Psi + k_0 n_p \Psi_d^* \tilde{\omega} - k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\psi 1} - n_p \eta_{\psi 2} \Psi_d^* - T_L. \quad (20)$$

В свою очередь, ошибка угловой скорости ротора между реальным и наблюдаемым значением определяется по данным дифференцирования уравнения (16) с подстановкой значений в (1) и (20):

$$M_m \dot{\tilde{\omega}} = \alpha_2 I^T J_2 \Psi - B\tilde{\omega} - T_L + B\tilde{\omega} - \alpha_2 I^T J_2 \Psi - k_0 n_p \Psi_d^* \tilde{\omega} + k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\psi 1} + n_p \eta_{\psi 2} \Psi_d^* + T_L, \quad (21)$$

из (21) следует:

$$M_m \dot{\tilde{\omega}} = -\left(k_0 n_p \Psi_d^* + B\right) \tilde{\omega} + k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\psi 1} + n_p \eta_{\psi 2} \Psi_d^*. \quad (22)$$

Следует иметь в виду, что электромеханическая система изначально находится в состоянии покоя (т. е. начальные условия нулевые $\omega(0) = \psi(0) = I(0) = 0$). Как было предложено в работе [5], потокосцепление величины ротора, зависящее от тока статора $I(t)$, не измеряется, а вычисляется по известным параметрам L_s, L_r, R_r, L_m и значению входного напряжения статора $u_{dq}(t)$:

$$\Psi = \frac{L_r}{L_m} (\Psi_s - L_s I) + L_m I, \quad (23)$$

где $\Psi_s(t) = [\Psi_{sd} \Psi_{sq}] \in R^{2 \times 1}$ обозначает потокосцепление статора, выраженное во вращающейся системе координат. Хотя потокосцепление статора – количественно трудно измеряемая величина, она динамически связана с измеряемыми и / или известными величинами, как показано в выражении:

$$\dot{\Psi}_s = -R_s I + u_c - \omega_0 J_2 \Psi_s. \quad (24)$$

Таким образом, предполагая, что электромеханическая система изначально находится в состоянии покоя, а значение потокосцепления статора в начальный момент времени равно 0, то становится возможным интегрировать выражение (23) в реальный момент времени и использовать его для вычисления значения потокосцепления ротора в (24).

Использование метода расчета потокосцепления ротора в реальном времени и наличие слагаемого $n_p \omega J_2 \Psi$ в (1) позволяют получить сигнал угловой скорости ротора из уравнений токов статора, поэтому предлагаемая конструкция наблюдателя угловой скорости ротора (19) и (18) дает преимущество использования его в прямой цепи, что представлено наличием компоненты: $k_0 n_p \Psi_d^* (\Psi_d^* - \text{будет впоследствии определен как положительная величина в (22))$. Это позволяет добиться уменьшения ошибки оценки скорости в переходном режиме путем изменения коэффициента наблюдателя k_0 .

Выражение для ошибки наблюдателя скорости ротора (ошибка между желаемым и наблюдаемым значением угловой скорости) можно получить по следующему алгоритму.

1. Вычисляется производная от функции наблюдателя угловой скорости ротора и функции сигнала ошибки (16).

2. Полученное значение умножается на момент инерции системы M_m и затем подставляется в уравнение наблюдателя угловой скорости ротора (20).

3. Получим следующее выражение для уравнения ошибки между желаемым и наблюдаемым значением угловой скорости:

$$M_m \dot{e} = M_m \dot{\omega}^* + B\hat{\omega} - \alpha_2 I^T J_2 \Psi - k_0 n_p \tilde{\omega} \Psi_d + n_p \eta_{\Psi q} \Psi_d^* + T_L. \quad (25)$$

Для упрощения выражения (25) необходимо прибавить и вычесть значение желаемого момента ($\tau_d(t)$) в правой части уравнения (25). Получаем:

$$M_m \dot{e} = M_m \dot{\omega}^* + B\hat{\omega} - k_0 n_p \Psi_d^* \tilde{\omega} + k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\Psi d} + n_p \eta_{\Psi q} \Psi_d^* - \tau_d + (\tau_d - \alpha_2 I^T J_2 \Psi) + T_L. \quad (26)$$

Для формирования желаемого электромагнитного момента, подаваемого в механическую подсистему, необходимо определить желаемые значения тока статора $I^*(t)$ и потокосцепления ротора $\Psi^*(t)$ следующим образом:

$$I^* = \begin{bmatrix} i_d^* \\ i_q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d^* \\ \frac{\tau_d}{\alpha_2 \Psi_d^*} \end{bmatrix}, \quad \Psi^* = \begin{bmatrix} \Psi_d^* \\ \Psi_q^* \end{bmatrix}, \quad (27)$$

где i_d^* будет впоследствии использовано для получения значения потокосцепления ротора,

Ψ_d^* определяется как строго положительная функция,

$$\Psi_q^* = 0.$$

В (15) i_d^* , Ψ_d^* используются для выполнения соотношения:

$$\alpha_2 I^{T*} J_2 \Psi^* = \tau_d. \quad (28)$$

В уравнении (26) желаемый электромагнитный момент определяется по формуле:

$$\tau_d = k_s e + M_m \dot{\omega}^* + B\omega^* + T_L + k_n (k_0 n_p \Psi_d^*)^2 e + n_p \eta_{\Psi q} \Psi_d^*, \quad (29)$$

где k_s и k_n – некоторые положительные константы.

После подстановки выражения (29) в (26) с учетом (1) и (16) получено следующее уравнение для ошибки между желаемым и наблюдаемым значением угловой скорости ротора:

$$M_m \dot{e} = -(k_s + B)e + k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\Psi d} + (k_0 n_p \Psi_d^* \tilde{\omega} - k_n (k_0 n_p \Psi_d^*)^2 e) + \alpha_2 (I^{T*} J_2 \eta_{\Psi} + \eta_1^T J_2 \Psi^* - \eta_1^T J_2 \eta_{\Psi}). \quad (30)$$

Для построения регулятора нам необходимо определить ошибку по потокосцеплению. Для этого продифференцируем уравнение $\eta_\psi = \psi^* - \psi$ и подставим значения из выражений (1) и (27), получим:

$$\dot{\eta}_{\psi d} = \dot{\psi}_d^* + \beta_1 \cdot \psi_d + \beta_3 \cdot \eta_{id} - n \cdot \omega \cdot \eta_{\psi q} + \omega_0 \cdot \eta_{\psi q} - \beta_3 \cdot i_d^*.$$

Запишем выражение для переменной i_d^* :

$$i_d^* = \frac{1}{\beta_3} \left(k_1 \cdot \eta_{\psi d} + \beta_1 \cdot \psi_d^* + k_n (k_0 \cdot n)^2 \eta_{\psi d} + k_n (k_0 \cdot n \cdot e)^2 \eta_{\psi d} + \alpha_2 \cdot e \cdot i_q^* + \dot{\psi}_d^* \right), \quad (31)$$

где k_1 – положительная константа.

После подстановки (31) в (30) получаем выражение:

$$\dot{\eta}_{\psi d} = - (k_1 + \beta_1) \eta_{\psi d} + \beta_3 \cdot \eta_{id} - n \cdot \omega \cdot \eta_{\psi q} + \omega_0 \cdot \eta_{\psi q} - k_n (k_0 \cdot n)^2 \eta_{\psi d} - k_n (k_0 \cdot n \cdot e)^2 \eta_{\psi d} - \alpha_2 \cdot e \cdot i_q^*. \quad (32)$$

Аналогичным образом определяем ошибку по потокосцеплению по оси q .

$$\dot{\eta}_{\psi q} = \beta_1 \cdot \psi_q - \beta_3 \cdot i_q - n \cdot \omega \cdot \psi_d + \omega_0 \cdot \psi_d^* - \omega_0 \cdot \eta_{\psi d}. \quad (33)$$

Основываясь на анализе устойчивости системы, запишем уравнение для ω_0 в виде:

$$\omega_0 = \frac{1}{\psi_d^*} \left(k_1 \cdot \eta_{\psi q} + \beta_3 \cdot i_q^* + n \cdot \hat{\omega} \cdot \psi_d^* + \alpha_2 \cdot e \cdot i_d^* \right). \quad (34)$$

Подставим его в (33):

$$\dot{\eta}_{\psi q} = - (k_1 + \beta_1) \eta_{\psi q} + \beta_3 \cdot \eta_{iq} - n \cdot \tilde{\omega} \cdot \eta_{\psi q} + n \cdot \omega \cdot \eta_{\psi d} - \omega_0 \cdot \eta_{\psi d} + \alpha_2 \cdot e \cdot i_d^*. \quad (35)$$

В дальнейшем будем использовать для вычислений формулы, определяющие значение параметров i_d^* и ω_0 .

Для формирования управляющего воздействия по напряжению необходимо определить уравнения для желаемого значения по току из уравнений (27) и (31):

$$L_1 \cdot \dot{I}^* = \Omega_1 + \Omega_2 \cdot \tilde{\omega},$$

$$\text{где } \Omega_1 = \begin{bmatrix} \Omega_{11} \\ \Omega_{12} \end{bmatrix},$$

$$\text{где } \Omega_{11} = \frac{L_I}{\beta_3} \left[k_1 \Omega_b + k_n (k_0 n_p)^2 \Omega_b + k_n (k_0 n_p)^2 (2e \Omega_a \eta_{\psi d} + e^2 \Omega_b) + \alpha_2 \left(\Omega_a I_q^* + \frac{e \Omega_{12}}{L_I} \right) \right];$$

$$\Omega_{12} = \frac{L_I \Omega_d}{\alpha_2 \psi_d^*};$$

$$\Omega_a = \frac{1}{M_m} \left[-(k_s + B)e + k_0 n_p \tilde{\omega} \eta_{\psi d} + \left(k_0 n_p \Psi_d^* \tilde{\omega} - k_n (k_0 n_p \Psi_d^*)^2 e \right) + \right. \\ \left. + \alpha_2 \left[I^{T*} J_2 \eta_{\psi} + \eta_I^T J_2 \Psi^* - \eta_I^T J_2 \eta_{\psi} \right] \right];$$

$$\Omega_b = -(k_1 + \beta_1) \eta_{\psi d} + \beta_3 \eta_{Id} - n_p \hat{\omega} \eta_{\psi q} + \omega_0 \eta_{\psi q} - k_n (k_0 n_p)^2 \eta_{\psi d} - \\ - k_n (k_0 n_p e)^2 \eta_{\psi d} - \alpha_2 e I_d^*;$$

$$\Omega_c = -(k_1 + \beta_1) \eta_{\psi q} + \beta_3 \eta_{Iq} + n_p \hat{\omega} \eta_{\psi d} - \omega_0 \eta_{\psi d} - \alpha_2 e I_d^*;$$

$$\Omega_d = k_s \Omega_a + M_m \ddot{\omega}^* + B \dot{\omega}^* + k_n (k_0 n_p)^2 \Psi_d^{2*} \Omega_a + n_p \Omega_c \Psi_d^*.$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} \Omega_{21} \\ \Omega_{22} \end{bmatrix};$$

$$\Omega_{21} = \frac{L_I}{\beta_3} \left[k_1 \Omega_f + k_n (k_0 n_p)^2 \Omega_f + k_n (k_0 n_p)^2 (2e \Omega_e \eta_{\psi d} + e^2 \Omega_f) + \right. \\ \left. + \alpha_2 \left(\Omega_e I_d^* + \frac{e \Omega_{22}}{L_I} \right) \right];$$

$$\Omega_{22} = \frac{L_I \Omega_h}{\alpha_2 \Psi_d^*};$$

$$\Omega_e = \frac{1}{M_m} \left[-k_0 n_p \Psi_d^* + k_0 n_p \eta_{\psi d} \right]; \quad \Omega_f = -n_p \eta_{\psi d};$$

$$\Omega_g = -n_p \Psi_d^* + n_p \eta_{\psi d}; \quad \Omega_h = k_s \Omega_e + k_n (k_0 n_p)^2 \Psi_d^{2*} \Omega_e + n_p \Omega_g \Psi_d^*.$$

После подстановки данного выражения в уравнение для ошибки по току получаем:

$$L_1 \cdot \dot{\eta}_i = \Omega_3 + \Omega_4 \cdot \tilde{\omega} - \beta_2 \cdot u_{dq}, \quad (36)$$

где $\Omega_3 = \Omega_1 + R_I I - \beta_1 \Psi + \omega_0 J_2 L_I I + n \cdot \hat{\omega} J_2 \Psi$,

$$\Omega_4 = \Omega_2 + n_p J_2 \Psi.$$

В качестве управляющего сигнала используется напряжение. Напряжение измеряется во вращающейся системе координат по формуле:

$$u_{dq} = \frac{1}{\beta_2} \left[k_2 \eta_I + \Omega_3 + k_n \|\Omega_4\|^2 \eta_I + \beta_3 \eta_{\psi} + \alpha_2 e (J_2 \Psi^* - J_2 \eta_{\psi}) \right]. \quad (37)$$

Подставляя уравнение напряжения в выражение (36), получаем уравнение:

$$L_1 \cdot \dot{\eta}_i = -k_2 \eta_I + \Omega_4 \cdot \tilde{\omega} - k_n \|\Omega_4\|^2 \eta_I - \beta_3 \eta_{\psi} - \alpha_2 e (J_2 \Psi^* - J_2 \eta_{\psi}).$$

Так как метод синтеза алгоритма управления основан на методе функций Ляпунова, как представлено в [5], то введем скалярную функцию – кандидата на роль функции Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \left(M_m \tilde{\omega}^2 + M_m e^2 + \eta_\psi^T \eta_\psi + L_I \eta_I^T \eta_I \right). \quad (38)$$

Затем находим производную от функции Ляпунова \dot{V} и подбираем параметры регулятора, при которых $\dot{V} \leq 0$, это показано ниже:

$$\|z(0)\| \leq \sqrt{\frac{k_n \lambda_1}{\lambda_2} \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{3}{k_n} \right)}, \quad (39)$$

$$\text{где } z = \left[\tilde{\omega} \quad e \quad \eta_{\psi d} \quad \eta_{\psi q} \quad \eta_{id} \quad \eta_{iq} \right]^T.$$

Коэффициенты λ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{2} \min \{1, M_m, L_1\}, \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} \max \{1, M_m, L_1\}, \\ \lambda_3 &= \min \{k, (k_s + B), (k_1 + \beta_1), k_2\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Все выражения наблюдателя и регулятора обеспечивают глобальную экспоненциальную устойчивость угловой скорости ротора, описываемую следующим выражением:

$$\|\eta_\omega(t)\| \leq \alpha_1 \exp(-\alpha_2 t). \quad (41)$$

Для выбранной функции Ляпунова необходимо, чтобы выполнялось неравенство:

$$\lambda_1 \|z\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_2 \|z\|^2. \quad (42)$$

Возьмем производную от функции Ляпунова и подставим в нее значения всех компонент, в итоге получим выражение вида:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \left(k_0 n \psi_d^* + B \right) \tilde{\omega}^2 - (k_s + B) e^2 - (k_1 + \beta_1) \|\eta_\psi\|^2 - k_2 \|\eta_I\| + \\ &+ \left((k_0 n) \tilde{\omega}^2 \eta_{\psi d} - k_n (k_0 n)^2 \eta_{\psi d}^2 \right) + \left((k_0 n e) \tilde{\omega} \eta_{\psi d} - k_n (k_0 n e)^2 \eta_{\psi d}^2 \right) + \\ &+ \left(\eta_I^T \Omega_4 \tilde{\omega} - k_n \|\Omega_4\|^2 \|\eta_I\|^2 \right), \end{aligned} \quad (43)$$

$$\dot{V} \leq - \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{\tilde{\omega}^2}{k_n} - \frac{3}{k_n} \right) \tilde{\omega}^2 - k_2 \|\eta_I\|^2 - (k_s + B) e^2 + (k_1 + \beta_1) \|\eta_\psi\|^2.$$

Можно сделать предположение, что:

$$k_0 n \psi_d^* + B - \frac{\tilde{\omega}^2}{k_n} - \frac{3}{k_n} > 0, \quad (44)$$

следовательно,

$$\dot{V} \leq -k\tilde{\omega}^2 - k_2 \|\eta_l\|^2 - (k_s + B)e^2 + (k_1 + \beta_1) \|\eta_\psi\|^2, \quad (45)$$

где коэффициент k имеет положительное значение. Исходя из вышеизложенных выражений, с учетом предположения неравенство для функции Ляпунова примет вид:

$$\dot{V} \leq -\lambda_3 \|z\|^2.$$

Если выполняется условие:

$$\|z\|^2 < k_n \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{3}{k_n} \right), \text{ то: } \dot{V} \leq -\frac{\lambda_3}{\lambda_2} V,$$

$$V(t) < k_n \lambda_1 \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{3}{k_n} \right), \quad V(t) \leq \exp\left(-\frac{\lambda_3}{\lambda_2} t\right) V(0),$$

$$V(t) < k_n \lambda_1 \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{3}{k_n} \right), \quad \|z(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \exp\left(-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2} t\right) \|z(0)\|,$$

$$\|z(0)\| \leq \sqrt{\frac{k_n \lambda_1}{\lambda_2} \left(k_0 n \psi_d^* + B - \frac{3}{k_n} \right)}.$$

Это доказывает, что регулятор выбран правильно и коэффициенты регулятора удовлетворяют условию устойчивости системы.

Результаты моделирования

При формировании управляющего воздействия по напряжению учитывалось ограничение: напряжение не может превышать 200 В во вращающейся системе координат.

Также в момент времени $t = 1.5$ происходит скачкообразное изменение значения параметра момента нагрузки (рис. 1).

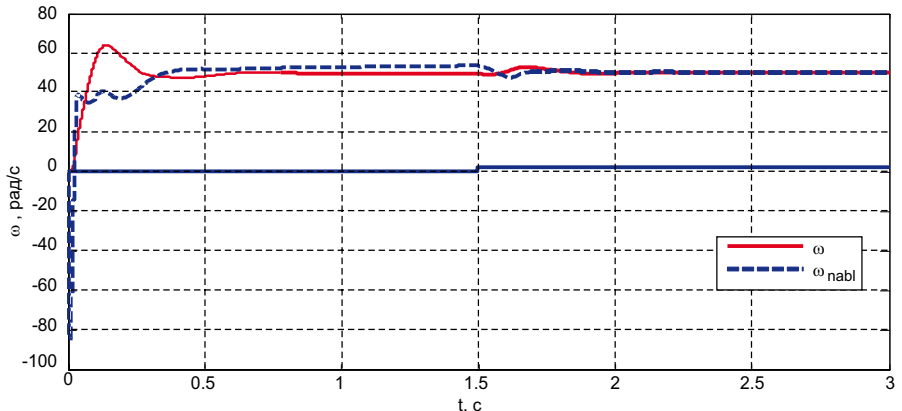


Рис. 1. График угловой скорости и наблюдателя скорости АД без датчика скорости

Коэффициенты регулятора:

$$k_0 = 2; k_1 = 1; k_2 = 10; k_s = 0,075; k_n = 0,15.$$

При изменении коэффициента k_0 можно регулировать переходный процесс.

При моделировании необходимо учесть то, что двигатель начинает вращаться при условии (рис. 2):

$$M_{ep} > T_L,$$

$$\text{где } M_{ep} = -\alpha_2(i_q \Psi_d - i_d \Psi_q).$$

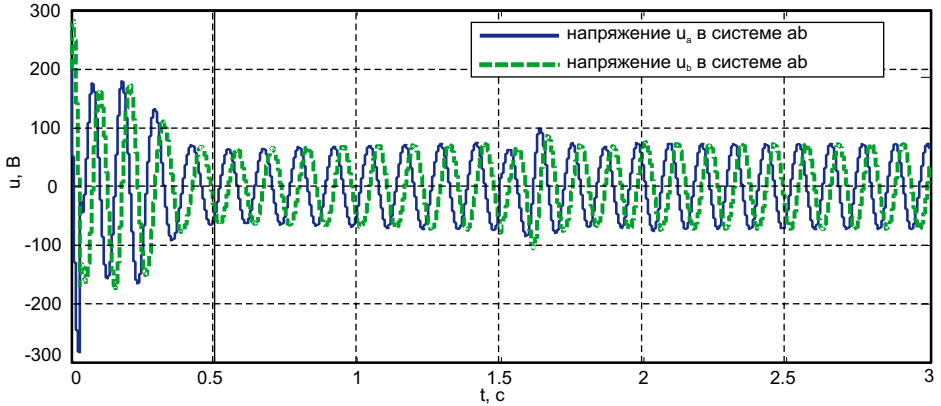


Рис. 2. График управляющего воздействия напряжения АД без датчика скорости

Еще один важный вопрос, который необходимо рассмотреть, – это исследование влияния задержки управляющего воздействия на качество работы системы. Проведем следующий эксперимент. Необходимо оценить влияние этих компонентов в комплексе на возможную задержку управляющего воздействия. Будем подавать управляющее воздействие, вырабатываемое регулятором, с задержкой в несколько шагов. В результате моделирования получим (рис. 3):

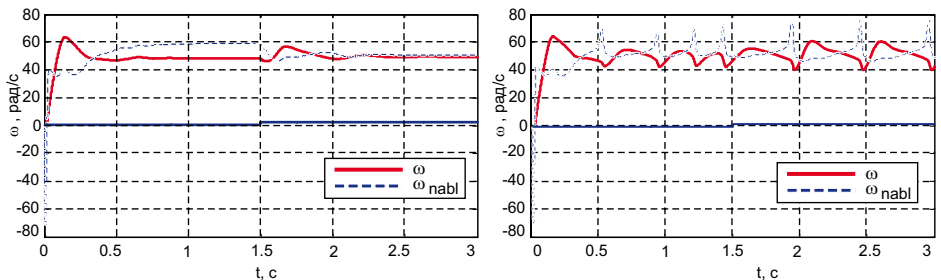


Рис. 3. Угловая скорость двигателя при задержке на 10 шагов (1 мс) – слева сверху, 20 шагов (2 мс) – справа сверху

При задержке управляющего воздействия в 30 шагов процесс становится расходящимся.

Результаты управления угловой скоростью АД с датчиком скорости представлены на рисунке 4.

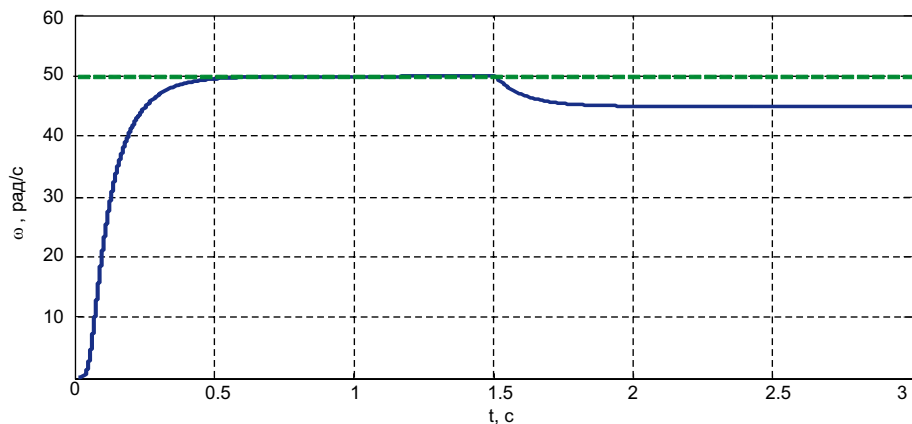


Рис. 4. График угловой скорости и желаемого значения

На пуск двигателя также накладывается ограничение, как и в случае с двигателем без датчика. Все параметры двигателя для обеих систем заданы одинаково. По графику скорости видно, что скорость сходимости лучше, чем у АД без датчика скорости, что можно объяснить известным значением скорости, которое значительно повышает условия работы регулятора (рис. 5).

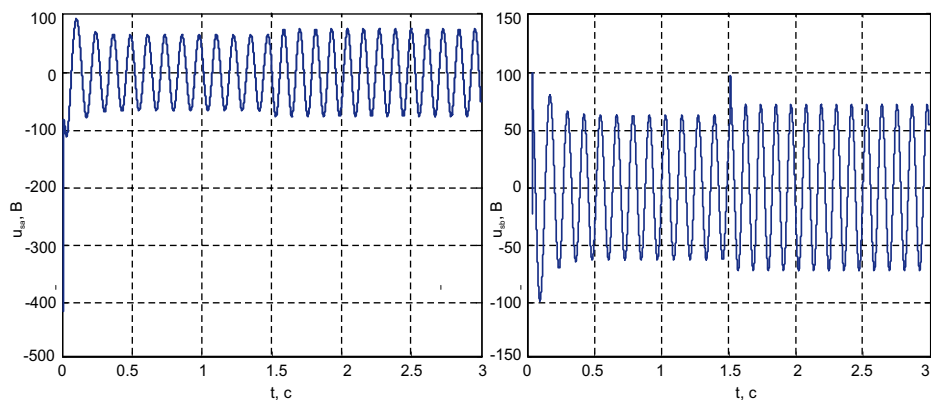


Рис. 5. График управляющего сигнала напряжения u_a и u_b

Напряжение не превышает поставленное ограничение, независимо от того, изменяется нагрузка или нет.

Сравним алгоритмы, используя значение ошибки по скорости, представленное на рисунках 6 и 7.

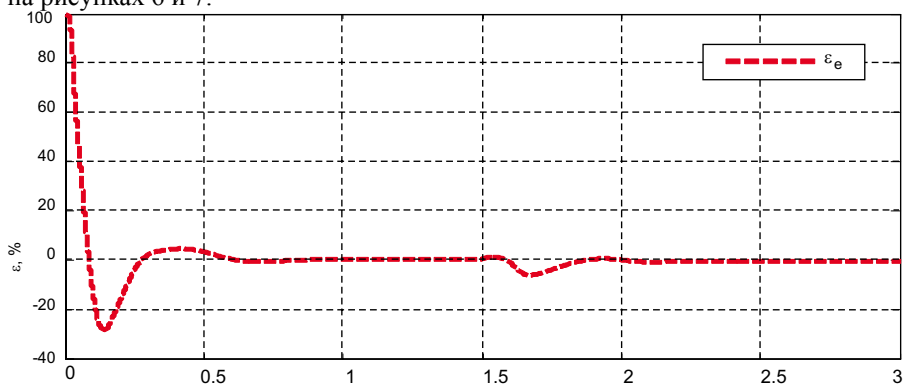


Рис. 6. График ошибки по скорости для АД без датчика скорости

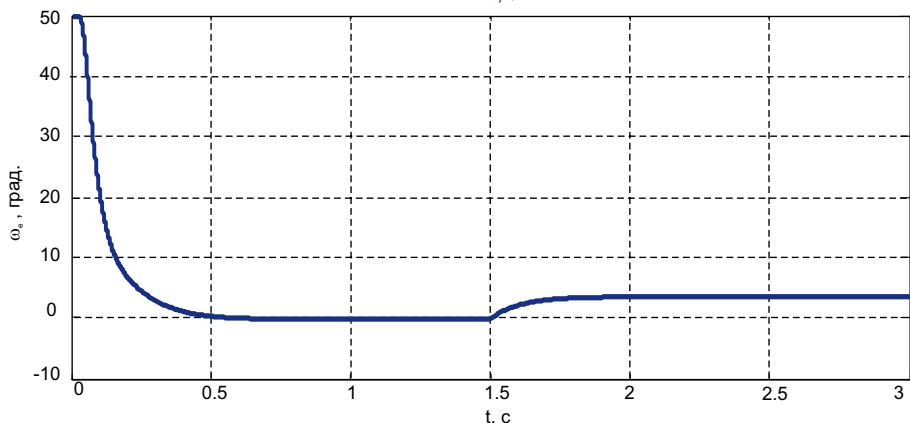


Рис. 7. График ошибки по скорости для АД с датчиком скорости

Как видно из графиков, ошибка между желаемым и реальным значением скорости в обоих случаях стремится к 0, но при использовании алгоритма с датчиком скорости нет явного перерегулирования, и при изменении параметров двигатель реагирует с почти незначительным отклонением.

При этом необходимо отметить: алгоритм без датчика скорости основывается только на измерении токов и последующем математическом вычислении параметров двигателя. Этим фактором можно объяснить более длительный переходный процесс.

Также из графиков скорости можно сделать вывод о том, что при неизвестном изменении нагрузки на двигатель алгоритм с датчиком скорости не восстанавливает своего значения, так как наблюдатель работает для оценки потокосцепления.

При изменении нагрузки в алгоритме без датчика скорости значение угловой скорости восстанавливается, так как наблюдатель строится для ошибок по скорости. Следовательно, алгоритм без датчика скорости может обладать большей надежностью, что позволяет использовать его для широкого применения.

В результате можно отметить, что алгоритм без датчика скорости поддерживает и восстанавливает желаемую скорость АД. Это позволяет сделать выводы о том, что использование данного метода является целесообразным. Возможно, при дальнейшем исследовании этого алгоритма за счет изменения коэффициентов станет реальным уменьшить перерегулирование и приблизить все показатели к результатам алгоритма управления АД с датчиком скорости.

Заключение

В данной статье были синтезированы и промоделированы алгоритмы управления угловой скоростью АД без датчика скорости и с датчиком скорости. Ошибка по скорости в обоих алгоритмах стремится к 0, но при этом можно выделить алгоритм управления угловой скоростью без датчика скорости. При использовании данного алгоритма не возникает необходимости устанавливать датчик скорости. Регулятор отслеживает изменение нагрузки. Перерегулирование системы осуществляется в пределах допустимого.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5 тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т. 5: Методы современной теории автоматического управления; [под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова]. – М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с.
2. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: Учебник. – М. : АCADEMA, 2006. – 265 с.
3. Mansouri A., Chenafa M., Bouhenna A., Etien E. Powerful nonlinear observer associated with field-oriented control of an induction motor // International journal of applied mathematics and computer science, 2004, vol. 14, no. 2, pp. 209–220.
4. Dzieza J.A., Czarkowski D. On dynamic feedback linearization of an induction motor // IEEE transactions on automatic control, 1998, vol. 38, no. 10, pp. 1588–1594.
5. Feemester M., Aquino P., Dawson D.M. and Behal A. Sensorless Rotor Velocity Tracking Control for Induction Motors. – 2001.
6. Peresada S., Tonielli A., Tilli A., Kovbasa S. and Montanari M. Simple Sensorless Vector Control of Induction Motors with Natural Field Orientation, IECON. – 2001 to appear.